

Torsionspendul og Gyro

Introduktion til impulsmomentsætningen

Ni¹

Torsionspendulet består af en rotationssensor, hvis akse nedadtil er fastgjort via en kraftig ståltråd. Øverst kan forskellige genstande - på figuren en aluminiumsskive - spændes fast på rotationssensorens akse.

Hvis skiven drejes lidt og derefter slippes, udfører systemet en harmonisk svingning. Et udtryk for svingningstiden kan findes ud fra impulsmomentsætningen. Sætningen kan derfor efterprøves ved at efterprøve formelen for svingningstiden.

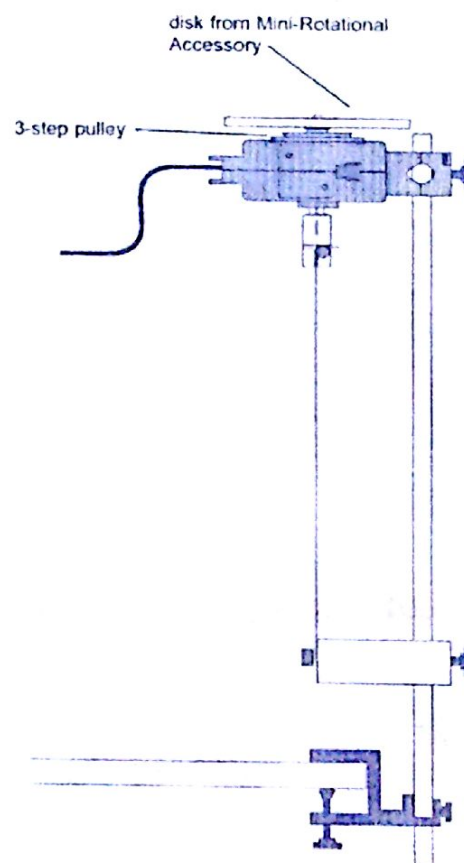
Retningen af et legemes rotationsakse, og vinkelhastigheden med hvilken det roterer, beskrives samlet med impulsmomentet. Hvis legemet alene roterer om en symmetriakse - for eksempel et hjul om sin akse - så er impulsmomenter rettet langs rotationsaksen og størrelsen er givet ved:

$$L = I \cdot \omega$$

hvor I er inertimomentet² og ω er vinkelhastigheden.

Impulsmomentet er knyttet til kraftmomentet på lignende måde som hastigheden er knyttet til kraften gennem Newtons anden lov. Det er kraften der fastlægger hastighedens ændring i tiden. På samme måde afgør kraftmomentet impulsmomentets tidslige ændring:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{ydre}$$
$$\Delta\vec{L} \approx \vec{M}_{ydre} \cdot \Delta t$$



¹Datadrev\Fysik\Mekanik\Noter\Torsionspendul og Gyro 030309.wpd

²Se f.eks. : Brydensholt et al., "Orbit 3", 2. Udgave, Systime 2002.

Kraftmomentets retning er vinkelret på såvel kraften som forbindelseslinjen mellem rotationsaksen og angrebepunktet ("kraftens arm"). Ser vi på gyroen på figuren til venstre nedenfor, så er kraften (mg) rettet nedad. Kraftens arm er rettet vandret mod højre. Kraftmomentet skal være vinkelret på begge, og det er derfor rettet vinkelret ind i papiret.

Kraftmomentet har ifølge impulsmomentetsætningen samme retning som ændringen i impulsmomentet dL . Til højre ses gyroen fra oven. Herved kommer kraftmomentet og impulsmomentets ændring til at ligge i figurens plan.

Figure 1.1: Torque Applied to Horizontal Gyroscope

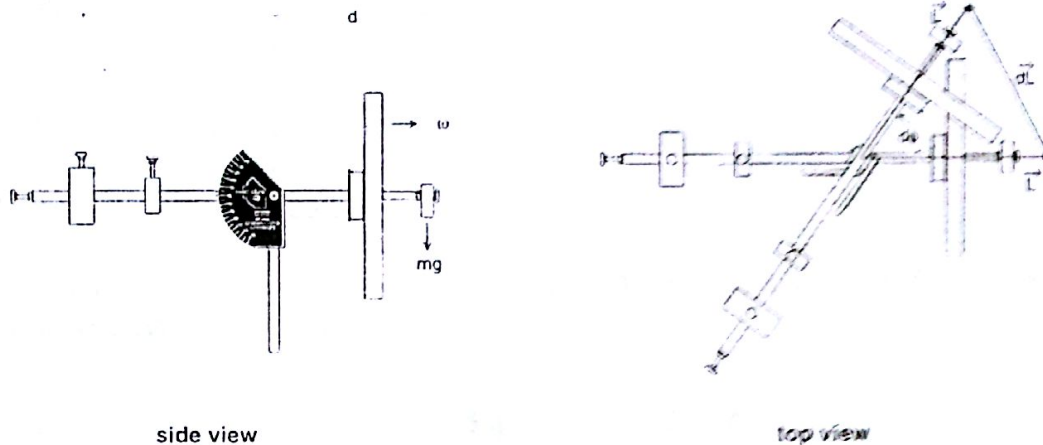
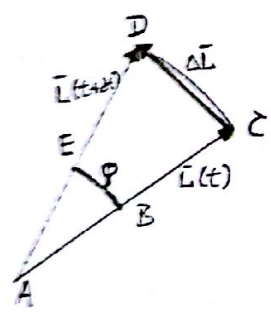


Figure 1.1: Torque Applied to Horizontal Gyroscope

Gyroen er afbalanceret, så det samlede ydre moment leveres af loddet yderst til højre på figuren til venstre. Impulsmomentetsætningen giver:

$$\Delta L = M_{ydre} \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot d \cdot \Delta t$$

På figuren til højre svarer til den højre figur ovenfor. Den viser impulsmomentet til tidspunkterne t og $t+dt$. ϕ er vinklen, som gyroen og dermed spin-impulsmomentet har drejet i løbet af tidsrummet dt . ϕ måles i radianer således at $AB = 1$. Figuren viser at:



$$\frac{DC}{EB} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\Delta L}{\phi} = \frac{L}{1}$$

$$\Delta L = L \cdot \phi = I \cdot \omega_{SPIN} \cdot \phi = I \cdot \omega_{SPIN} \cdot \Omega_p \cdot \Delta t$$

Vi har indført betegnelsen Ω_p for precessionsvinkelhastigheden - altså det antal radianer som gyroen drejer om den lodrette akse pr. Sekund.

Kombineres de to udtryk for ΔL fås:

$$\Omega_p = \frac{m \cdot g \cdot d}{I \cdot \omega_{spin}}$$

Denne sammenhæng kan efterprøves eksperimentelt.

Tilbage til torsionspendulet.

Et simpelt eksperiment kan vise, at torsionspendulets drejningsvinkel θ er proportionalt med kraftmomentet, der bevirker drejningen:

$$M_{ydre} = k \cdot \theta$$

hvor k betegnes "torsionskonstanten". Dette svarer til en fjeder, hvor strækningen er proportional med kraften. Dette fører til, at vi få en formel for svingningstiden, der minder om formelen for et penduls svingningstid:

$$T_{torsion} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad T_{fjeder} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ved sammenligning ses, at fjederkonstanten indgår begge steder, og inertimomentet spiller samme rolle som massen i fjedersvingningen.

Kraftmomentets retning er vinkelret på såvel kraften som forbindelseslinjen mellem rotationsaksen og angrebepunktet ("kraftens arm"). Ser vi på gyroen på figuren til venstre nedenfor, så er kraften (mg) rettet nedad. Kraftens arm er rettet vandret mod højre. Kraftmomentet skal være vinkelret på begge, og det er derfor rettet vinkelret ind i papiret.

Kraftmomentet har ifølge impulsmomentsætningen samme retning som ændringen i impulsmomentet dL . Til højre ses gyroen fra oven. Herved kommer kraftmomentet og impulsmomentets ændring til at ligge i figurens plan.

Figure 1.1: Torque Applied to Horizontal Gyroscope. $dL = L \cdot d\phi$.

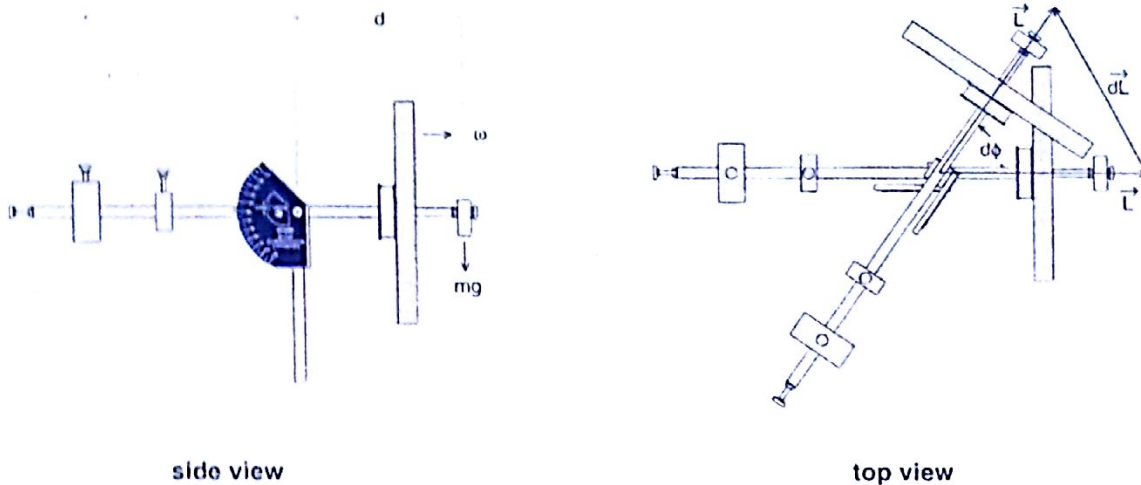


Figure 1.1: Torque Applied to Horizontal Gyroscope

Gyroen er afbalanceret, så det samlede ydre moment leveres af loddet yderst til højre på figuren til venstre. Impulsmomentsætningen giver:

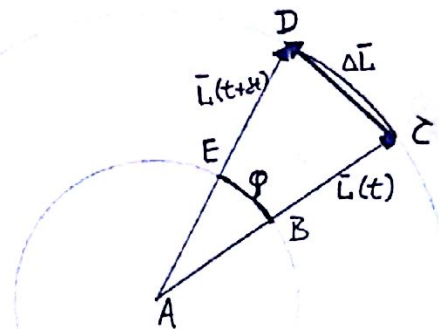
$$\Delta L = M_{ydre} \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot d \cdot \Delta t$$

På figuren til højre svarer til den højre figur ovenfor. Den viser impulsmomentet til tidspunkterne t og $t+dt$. ϕ er vinklen, som gyroen og dermed spin-impulsmomentet har drejet i løbet af tidsrummet dt . ϕ måles i radianer således at $AB=1$. Figuren viser at:

$$\frac{DC}{EB} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\Delta L}{\phi} = \frac{L}{1}$$

$$\Delta L = L \cdot \phi = I \cdot \omega_{SPIN} \cdot \phi = I \cdot \omega_{SPIN} \cdot \Omega_p \cdot \Delta t$$



Vi har indført betegnelsen Ω_p for precessionsvinkelhastigheden - altså det antal radianer som gyroen drejer om den lodrette akse pr. Sekund.